

IV-1. Universal Product Code en International Standard Book Number

- (i) Beschouw de UPC $(0, 7, 7, 7, 7, 8, 6, 6, 3, 5, 2, c)$ van een muziek-CD. Bepaal c .
- (ii) Ga na dat de UPC $(0, 1, 2, 9, 8, 1, 7, 0, 0, 1, 2, 6)$ verminkt is; geef twee verschillende correcties van 1 cijfer die tot een correcte UPC leiden.
- (iii) Bewijs dat de UPC 1 fout kan detecteren, maar niet kan corrigeren.
- (iv) Bepaal het check-digit d van het boek met ISBN $(9, 0, 6, 1, 6, 8, 3, 7, 9, d)$.
- (v) Bewijs dat ISBN 1 fout kan detecteren, maar niet kan corrigeren.
- (vi) Bewijs dat ISBN een andere veeloptredende typefout kan detecteren, namelijk de verwisseling van 2 cijfers die naast elkaar staan.
- (vii) Is de ISBN codering lineair in de zin dat zowel de nulvector als de som van elk tweetal codewoorden een codewoord is? (Let hierbij niet op de betekenis van cijfers als landenaanduiding etc)

IV-2. Bewijs dat de Hammingafstand op \mathbf{F}_2^n voor elke n een metriek definieert.

IV-3. Even gewicht code

- (i) Laat zien dat de vectoren van even gewicht in \mathbf{F}_2^n een code vormen.
- (ii) Wat is de minimumafstand van de code uit (i)?
- (iii) Vormen de even gewicht vectoren in \mathbf{F}_3^n een code?

IV-4. Hamming codes

- (i) Schrijf alle codewoorden van de Hammingcode \mathcal{C}_2 met $r = 2$ op.
- (ii) Schrijf alle codewoorden van de Hammingcode \mathcal{C}_3 met $r = 3$ op.
- (iii) Wat is de dimensie van de Hammingcode \mathcal{C}_4 met $r = 4$?
- (iv) Schrijf de parity-checkmatrix H_3 (volgens de constructie van het dictaat) voor \mathcal{C}_3 op.
- (v) Een vector c uit \mathbf{F}_2^7 zit in \mathcal{C}_3 wanneer geldt dat het product van de vector c en de matrix H_3 precies de nulvector oplevert (in \mathbf{F}_2^3). Veronderstel nu dat alleen de i -de bit van c gewijzigd is, wat is dan het product $c'H_3$ van de gewijzigde c' en H_3 ?
- (vi) Gebruik het vorige onderdeel om te bepalen in welke coördinaat van de vector $(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$ een fout geslopen is.
- (vii) Laat voor $r = 2, 3, 4$ zien dat de Hammingcode precies de Hamming grens bereikt voor $e = 1$.